

O MODELO BLACK & SCHOLES PARA PRECIFICAÇÃO DE OPÇÕES DO MERCADO FUTURO: UMA ANÁLISE PARA O CAFÉ ARÁBICA DA BM&FBovespa¹

Laércio Damiane Cerqueira da Silva²
Sinézio Fernandes Maia³

RESUMO: A agricultura é uma atividade produtiva que apresenta algumas características econômicas diferenciadas de outros setores, isto é, alto risco econômico devido a fatores climáticos, elevada perecibilidade dos produtos, volatilidade e dúvidas a respeito dos preços, tornando a atividade, em certos momentos, um jogo de incertezas e de elevado risco financeiro. Verificando a importância dos instrumentos de gestão de risco na agricultura brasileira, em especial os mercados futuros, torna-se essencial a análise sobre os instrumentos de precificação que auxiliam os agentes do agronegócio a operarem de forma segura nos mercados futuros do país. Este artigo trata da aplicabilidade do modelo Black & Scholes para opções de mercado futuro do café arábica da BM&FBovespa, por meio da implementação de três diferentes formas de estimação da volatilidade. Os resultados para todos os testes mostraram que a volatilidade implícita gera resultados de prêmios das calls sobre futuro de café arábica mais próximos aos prêmios negociados pelo mercado.

Palavras-chave: café arábica, modelo Black & Scholes, volatilidade.

THE BLACK-SCHOLES FUTURES OPTION PRICING MODEL: AN ANALYSIS OF ARABIC COFFEE BM&FBovespa'S

ABSTRACT: Agriculture is a productive activity with some economic characteristics different from those of other economic sectors, such as high economic risk due to weather conditions, high product perishability as well as price volatility and concerns. This makes farming a game of uncertainty and high financial risk at times. Noting the importance of risk management instruments in Brazilian agriculture, especially the futures markets, it is essential the analysis of the pricing tools that help agribusiness agents operate safely in the futures markets in the country. This paper discusses the applicability of the Black-Scholes model for Arabica Coffee Futures and Options from the BM&FBovespa, by implementing three different forms of volatility estimation. The results for all tests showed that the implicit volatility generates Arabica coffee futures options premiums closer to the premiums traded by the market.

Key-words: arabica coffee, Black-Scholes model, volatility.

JEL Classification: G13, Q14.

¹Registrado no CCTC, REA-15/2011.

²Economista, Universidade Federal da Paraíba (UFPB), João Pessoa, PB, Brasil (e-mail: laerciocerqueira@hotmail.com).

³Economista, Doutor, Universidade Federal da Paraíba (UFPB), João Pessoa, PB, Brasil (e-mail: sineziomaia@yahoo.com.br).

1 - INTRODUÇÃO

As peculiaridades apresentadas por a atividade agrícola denotam cada vez mais a importância dos instrumentos de gestão de risco na agricultura brasileira. Os mercados futuros de *commodities* agropecuárias têm sua história diretamente vinculada a essa necessidade, pois propiciam um certo “seguro”, para o produtor rural e para a agroindústria, sendo uma maneira eficaz de eliminação de um dos principais riscos dessa atividade, aquele decorrente da incerteza de preços em um tempo futuro, quando se dará a comercialização da safra agrícola.

Com a criação, em 1991, da Bolsa de Mercadorias e Futuros (BM&F), formas eficientes de gestão de risco e capital, presentes em mercados financeiros desenvolvidos, propiciaram o aparecimento de um tipo especial de liquidação futura, um derivativo financeiro chamado contrato de opção sobre futuros.

Dubofsky (1992) esclarece que esse é um tipo de operação em que um comprador de uma opção de compra (*call*) paga uma quantia, conhecido como prêmio, para ter o direito, e não a obrigação de assumir uma posição comprada no mercado futuro ao preço especificado no contrato. O vendedor, ou lançador da opção, recebe o prêmio, mas tem a obrigação, caso a opção seja exercida, de assumir uma posição vendida no mercado futuro a um preço de exercício determinado.

Apesar do mercado de opções sobre futuros agropecuários no Brasil ainda ser um instrumento relativamente novo, a cada ano há uma evolução nos contratos negociados na bolsa. Dentre as *commodities* agropecuárias negociadas, chama atenção o café, representando bom percentual de negociações entre as opções da bolsa nos últimos anos. Em 2010, foram negociados 2.702.785 contratos agropecuários futuros e de opções, ante 2.038.242 em 2009. O café arábica encerrou 2010 com 694.348 contratos, sendo que em 2009 o total foi de 657.085, segundo dados da BM&FBovespa (2011).

Entretanto, apesar desse crescimento nos últimos anos, em relação ao total de contratos futuros negociados no mercado, as opções sobre futuro do

café ainda são pequenas. Isto se dá pelo fato de muitos agentes apresentarem aversão ao mercado de opções, devido à falta de conhecimento do que é essencial para a tomada de decisão e a avaliação dos prêmios negociados no mercado, trata-se dos modelos de precificação de opções.

Sem falar que o mercado do café, pelas suas peculiaridades e mecanismos de autorregulação, apresenta oscilações e crescentes no preço do produto de médio e longo prazos, caracterizando um mercado dinamicamente volátil.

Pelo exposto em linhas acima e considerando que a volatilidade é a principal variável dos modelos de precificação de opções, observou-se que o café arábica é um interessante referencial para uma pesquisa.

Alguns trabalhos foram realizados para determinar a aplicabilidade das fórmulas de precificação ou verificar qual a medida de volatilidade mais indicada para utilização no mercado de opções sobre o futuro do café. Ramos da Silva (2003), que analisou o mercado para o primeiro semestre de 2002, concluiu que a precificação das opções de compra e venda apresentou bons resultados com a volatilidade implícita; Coelho, Pinheiro e Ferreira (2009), que estudaram opções de compra para o ano de 2007; e Tonin (2010), o qual analisou alguns modelos de precificação por diferentes métodos de extração de volatilidade para o período de 2005 a 2008. Os resultados destes trabalhos demonstraram menores erros de precificação com a utilização da volatilidade implícita frente aos modelos de volatilidade histórica.

Inspirado por estes trabalhos, o objetivo desta pesquisa é aplicar o modelo de precificação de Black & Scholes para as opções de compra sobre futuro de café arábica da BM&FBovespa para o ano de 2010, período que marca a recuperação da economia mundial frente à crise de 2008, o qual foi bastante favorável à *commodity* com aumentos significativos de preços no mercado internacional, por meio da implementação de três diferentes formas de estimação da volatilidade - histórica, médias móveis e implícita -, e analisar se os preços teóricos calculados pelo modelo são estatisticamente iguais aos praticados no mercado.

Segue-se a seguinte organização: a próxima seção aborda algumas considerações relevantes sobre o café; a seção três aborda o referencial teórico, com enfoque para derivativos, opções e futuro; a seção quatro apresenta a metodologia da pesquisa, abordando o modelo Black & Scholes para opções sobre futuro, as estimativas da volatilidade e o tratamento dos dados; a seção subsequente apresenta a análise dos resultados e, por fim, a conclusão do trabalho seguida pelas referências.

2 - A IMPORTÂNCIA DO CAFÉ

O café, que segundo a lenda foi originado na província etíope de Kaffa, na África, tem grande importância para o mercado mundial e não pode ser menosprezado. É um dos produtos primários mais valiosos no comércio mundial. Seu cultivo, processamento, comércio, transporte e comercialização proporcionam emprego para milhares de pessoas mundo afora. É um produto crucial para a economia de alguns países em desenvolvimento, pois a exportação do café representa mais de 50% da receita cambial, segundo a Organização Internacional do Café (OIC, 2011).

O Brasil é destaque em relação ao café, sendo considerado o maior produtor do mundo, com participação de 30% a 40% da produção mundial, ainda de acordo com a OIC. Dados das exportações também são surpreendentes, em janeiro de 2010 atingiu 2,43 milhões de sacas, patamar mais alto em relação aos anos anteriores. A receita cambial gerada nesse período foi de US\$377 milhões com as exportações totais, contra US\$323 milhões em janeiro de 2009, como informa o Conselho dos Exportadores de Café do Brasil (Cecafé) em 2011 (CECAFÉ, 2011).

Enquanto *commodity*, o café é comercializado tradicionalmente pelos exportadores, corretores ou cooperativas, os quais adquirem a mercadoria de produtores de diversas regiões, e depois de um processo de seleção e padronização fazem a comercialização do produto conforme os *blends*⁴ requeridos no

mercado interno e externo, sendo que o principal instrumento de competição é o preço.

A instabilidade do mercado gera incerteza em relação ao comportamento futuro dos preços. Assim, a produção cafeeira necessita de instrumentos que minimizem o risco e auxiliem no processo de tomada de decisão dos agentes participantes do agronegócio do café.

Conforme Shouchana (2004) o mercado de futuros é “uma poderosa ferramenta na gestão de riscos de preços das mercadorias”, que de maneira integrada com o mercado físico, visa atender a expectativa dos agentes econômicos sobre o gerenciamento dos riscos de suas atividades.

A flutuação de preços do café no mercado mundial mostra os riscos que os produtores enfrentam para adquirir rentabilidade em seus negócios. São constantes altas e baixas em suas negociações, situação que aponta a *commodity* como uma das mais voláteis negociadas em mercado de futuros, em decorrência principalmente da participação dos especuladores na formação desses preços. A figura 1 ilustra o comportamento das séries diárias de preços (R\$/saca de 60 kg) e retornos do café arábica para o período de janeiro a dezembro de 2010.

Observa-se um período de quedas bruscas no preço da mercadoria, juntamente com uma volatilidade mais acentuada do que as registradas em outros períodos. Isto é devido principalmente à ocorrência, de junho a outubro de 2010, do fenômeno “La Niña” que tornara o período mais seco nas regiões Sul, Sudeste e Centro-Oeste do Brasil, afetando a cafeicultura brasileira.

Assim, entendendo que o estudo da volatilidade é importante na determinação dos preços de opções, verificou-se que o ativo-objeto, o futuro de café arábica, é um excelente referencial de estudo para aplicação do modelo Black & Scholes.

3 - FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

3.1 - Derivativos

Dentre as várias possibilidades disponíveis

⁴Misturas de grãos de espécies ou qualidades diferentes.

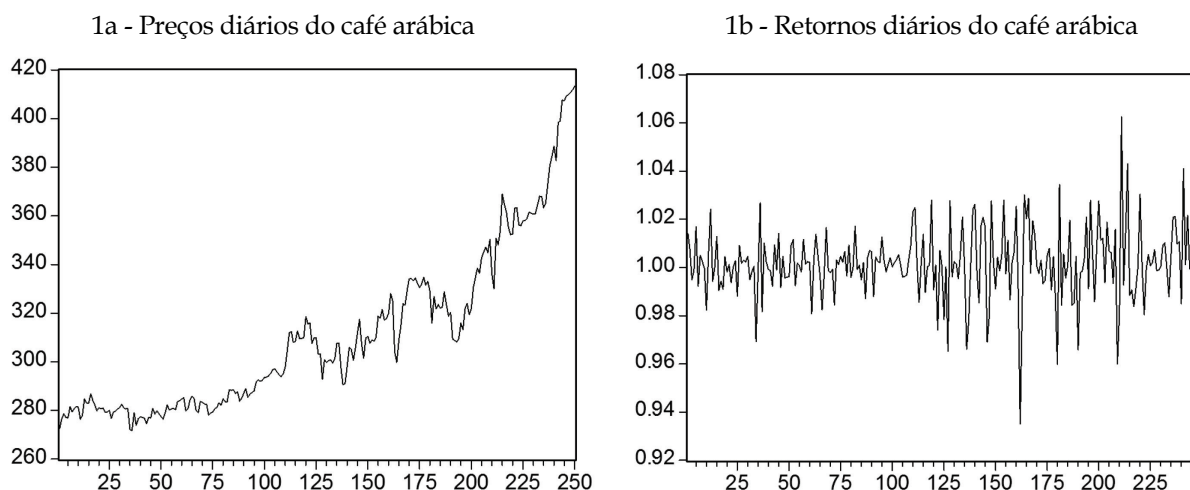


Figura 1 - Série de preços (1a) e Retornos (1b) do Café Arábica, jan./dez. 2010.
Fonte: Elaborada pelos autores com base em BM&FBOVESPA.

para investimento no mercado estão os denominados “ativos financeiros”: direitos decorrentes de obrigações assumidas por agentes econômicos. Um exemplo de ativo financeiro é a “ação” de uma empresa, documento que indica ser seu possuidor o proprietário de certa fração de determinada empresa.

Os derivativos também são exemplo de ativos conhecidos como títulos contingentes, compreendem documentos cujo valor de negociação deriva (daí o nome “derivativo”) de outros ativos, denominados ativos-objeto e são peças extremamente importantes para quem procura oportunidades de investimentos na área financeira. Um contrato entre duas partes no qual se definem pagamentos futuros baseados no comportamento dos preços de um ativo de mercado.

Os instrumentos derivativos abrangem um leque de operações e, conforme Neftci (2000), podem se dividir em três grandes grupos: futuros e termos, opções e *swap*. Por sua vez, os ativos-objetos podem ser subdivididos em cinco grupos principais: ações, moedas, taxas de juros, índices e *commodities*.

3.2 - Contrato Futuro

Assaf Neto (2008) expõe que uma operação de mercado futuro envolve basicamente um compro-

misso de compra ou venda de determinado ativo financeiro em certa data futura, sendo previamente fixado o preço do ativo-objeto na negociação. Neste tipo de operação existe um compromisso, formalizado em contrato, de se comprar ou vender em data futura, diferente do mercado a vista, em que ocorre a negociação efetiva do bem.

Os contratos futuros permitem controlar o risco e assegurar a rentabilidade do investimento, garantindo o preço de um bem, o ativo subjacente, no futuro e simultaneamente tirar partido de uma previsão sobre a evolução dos preços.

Quando do seu lançamento, as operações de mercado futuro envolviam somente produtos agrícolas e, com o desenvolvimento da economia e do mercado de capitais, as operações a futuro passaram a incorporar uma variedade de contratos referenciados em ações, índices de preços, moedas e muitos outros itens.

Contratos futuros são usados principalmente para “proteção” (ou *hedge*, no jargão do mercado), mas é provavelmente uma das melhores ferramentas para se especular. No Brasil, são negociados na BM&FBOVESPA⁵.

No segmento BM&F negocia-se futuros de

⁵Formada em 2008, a partir da integração das operações da Bolsa de Valores de São Paulo e da Bolsa de Mercadorias e Futuro.

mercadorias (*commodities* agrícolas e minerais), moedas e índices de bolsa de valores. No segmento BOVESPA se negocia contratos futuros sobre ações individuais e contratos de opção sobre contratos futuros, instrumentos que ainda são pouco desenvolvidos no Brasil.

Os “mercados futuros” são, historicamente, um terreno para investidores profissionais, mas começaram a se tornar acessíveis aos pequenos investidores a partir da introdução dos “e-minis” na Chicago Mercantile Exchange (CME), a maior bolsa de mercadorias de Chicago, que desenvolveu inclusive uma plataforma de negociação própria, 100% eletrônica, chamada “Globex”, que permite às pessoas negociar contratos pela internet, como um *homebroker* convencional.

A iniciativa da CME foi seguida por outras bolsas do mundo, inclusive a BM&F, que criou o *webtrading*, plataforma eletrônica para negociação de minicontratos futuros.

3.3 - Contrato de Opções

Opções são fundamentalmente diferentes de contratos futuros e a termo. Uma opção dá ao seu detentor o direito de fazer algo. Porém, o detentor não é obrigado a exercer esse direito (HULL, 2009). Mais especificamente, um contrato de opção concede, mediante o pagamento de um prêmio, o direito de comprar, chamado de *call*, ou vender um ativo, dá-se o nome de *put*, a um determinado preço até certa data futura.

Há dois tipos de opções: a “opção americana”, que pode ser exercida a qualquer tempo até a data em que a opção expira; e a “opção europeia”, que pode ser exercida somente na data do vencimento. De acordo com Black e Scholes (1973), a opção se caracteriza pelos seguintes elementos: o prêmio ou valor da opção (valor pago para se ter o direito de comprar ou vender), o preço de exercício ou *strike* (valor pelo qual o titular da opção poderá comprar ou vender o ativo) e o exercício (data limite para que o titular da opção exerça seu direito). Também estão

embutidos dois fatores importantíssimos na caracterização de uma opção: a taxa de juros sem risco e a volatilidade do ativo-objeto.

As opções podem ser classificadas de acordo com a proximidade do dinheiro ou *moneyness*. Conforme Bessada, Barbero e Araujo (2007), as três situações possíveis de uma opção são identificadas como fora-do-dinheiro (*out-of-the-money*), no-dinheiro (*at-the-money*) e dentro-do-dinheiro (*in-the-money*). Uma opção é classificada como fora-do-dinheiro quando sua probabilidade de exercício é baixa. A classificação no-dinheiro é para opções com boas chances de exercício; e a dentro-do-dinheiro quando o exercício da opção é mais provável do que o seu não exercício. Hull (2009) mostra que se S for o preço da ação e X for o preço de exercício, a opção de compra estará dentro-do-dinheiro quando $S > X$, no-dinheiro quando $S = X$ e fora-do-dinheiro quando $S < X$.

Os contratos de opções são compostos por dois lados: o investidor que compra a opção, chamado de titular, toma uma posição de longa (*long*); já o vendedor, o agente que lança a opção, toma uma posição *short*. Estes contratos são negociados de forma parecida com os contratos futuros, sendo importantes no sentido de que os agentes podem antecipar os rendimentos ou pagamentos futuros assegurando um determinado lucro ou se protegendo de uma perda acima de um determinado nível.

O mercado permite uma grande alavancagem de posição, pois como afirmam Copeland, Weston e Shastri (2004), uma das características mais fascinantes de opções é que podem ser combinadas de muitas maneiras diferentes para fornecer qualquer padrão desejável de rendimentos.

Um pré-requisito para que essa operação seja eficiente, entretanto, é que tais instrumentos, as opções, estejam apreçados corretamente. Sendo assim, há um método para determinar o valor desses derivativos chamado Black & Scholes, o qual teve forte influência nas ciências econômicas a partir dos anos de 1970, significando um grande avanço, comparável ao de Harry Markowitz quando este estudou a seleção de carteiras. O método será exposto mais adiante.

3.3.1 - Medidas de sensibilidade das opções: as gregas

As medidas de sensibilidade das opções são representadas por letras gregas que, como exposto em Bessada, Barbeda e Araujo (2007), medem o comportamento do preço das opções em relação a variações nos seus principais fatores determinantes, a saber, o preço do ativo-objeto, taxa de juros, volatilidade do ativo-objeto e passagem do tempo. São elas: delta, gamma, theta, vega e rho.

Delta (Δ): representa a taxa de variação no prêmio (V) da opção em relação à variação do preço do ativo subjacente (S). Em outras palavras, mede quanto o prêmio de uma opção deveria subir (ou cair) para cada acréscimo (ou decréscimo) no preço da ação a ela associada, mantendo-se todos os outros fatores que afetam os preços das opções constantes. Delta é expressa da seguinte maneira:

$$\Delta = \frac{\partial V}{\partial S}$$

Gamma (Γ): representa a taxa de variação do delta em relação à variação de preço no ativo subjacente, mede a velocidade de mudança do delta. Matematicamente, gamma é a segunda derivada do prêmio em relação ao preço do ativo subjacente. A fórmula de gamma é a seguinte:

$$\Gamma = \frac{\partial^2 V}{\partial S^2}$$

Theta (θ): expressa a taxa de mudança no preço da opção em função da passagem do tempo. Em termos matemáticos, é a derivada parcial do prêmio em relação ao seu prazo de vencimento. Theta é representada pela seguinte fórmula:

$$\theta = \frac{\partial V}{\partial T}$$

Vega (v): estima o comportamento do prêmio face à mudança na volatilidade do ativo subjacente.

Matematicamente, é a derivada parcial do prêmio em relação à volatilidade. Para uma *call* ou *put* europeia que não paga dividendos, tem-se a fórmula:

$$v = S\sqrt{t}N^1(d_1)$$

Rho (ρ): mede a sensibilidade do preço da opção em razão de uma pequena variação da taxa de juros. Matematicamente, rho é a derivada parcial do prêmio em relação à taxa de juros. Ela é representada pela fórmula:

$$\rho = \frac{\partial V}{\partial r}$$

As gregas são obtidas a partir da derivação da fórmula do modelo Black & Scholes e são importantes parâmetros de monitoramento de riscos do mercado.

3.4 - Opções em Contrato Futuro

Opções sobre futuro são aquelas cujo ativo subjacente é um contrato futuro, definido como um acordo entre duas partes para comprar ou vender um ativo em data futura certa e por um preço pré-determinado. Consiste no direito, mas não na obrigação de comprar ou vender uma quantia especificada do contrato futuro objeto. Conforme Hull (2009), especificamente, a opção de compra sobre futuros é o direito de tomar uma posição comprada ou longa (*long*) em contratos futuros a certo preço; a opção de venda é o direito de assumir uma posição vendida (*short*) em contratos futuros a certo preço.

O contrato futuro tem mais liquidez e é mais fácil de negociar que o ativo-objeto. Seu preço é conhecido imediatamente, isso levando em consideração que as bolsas nas quais são transacionados os contratos estejam abertas à sua negociação.

As vantagens desse instrumento sobre os contratos futuros propriamente ditos decorrem do fato de que o único desembolso feito pelo participante é o prêmio da opção e nenhum outro aporte. Não

é preciso depositar margem de garantia. Sem falar que a *hedge*, ou a proteção, quando feita com opções, limita as perdas mas não limita os ganhos, o que ocorre com a *hedge* com futuros.

As opções sobre futuro negociadas em bolsa são padronizadas em relação aos aspectos peculiares de cada ativo-objeto como tempo de entrega, vencimento etc, seja para *commodity*, índice ou outro ativo.

4 - METODOLOGIA DA PESQUISA

4.1 - Modelo Black & Scholes para Opções Sobre Futuro

A metodologia utilizada fundamenta-se a partir da construção de um modelo baseado na pesquisa de Black e Scholes (1973). Eles publicaram um artigo propondo uma fórmula para precificação de opções europeias sobre ações que não pagavam dividendos. As pressuposições utilizadas são de que a variância (σ) é uma constante e o preço das ações segue uma distribuição lognormal e, portanto, a probabilidade de sua ocorrência poderia ser avaliada com base em sua média e desvio padrão. A opção é europeia, ou seja, só pode ser exercida no vencimento. Não há custos de transação em compra ou venda de ações. É possível tomar emprestado alguma fração do preço do seguro para comprar ou emprestar, a uma taxa de juros livre de risco. E não há oportunidade de arbitragem sem risco.

Originou-se com isso o que ficou conhecido mundialmente como a fórmula de Black & Scholes, transformando em matemática o que antes eram apenas tentativas de adivinhar.

Black (1976) desenvolveu um modelo de precificação para opções sobre futuros, semelhante ao modelo para ações publicado anteriormente. Ele pressupôs que o preço futuro F segue um movimento browniano geométrico $df = \mu F dt + \sigma dz$, em que μ é a taxa de crescimento para F , σ é a volatilidade e dz é a variável aleatória com distribuição normal.

A suposição faz com que o contrato futuro

seja tratado como uma ação que rende um dividendo contínuo igual a r , a taxa de juros livre de risco.

Silva Neto (1996) expõe que a diferença básica entre o modelo sobre ativos a vista e o modelo no qual o objeto é um contrato futuro é que se deve considerar seu valor presente na data de precificação da opção.

Dessa forma, as fórmulas de Black & Scholes para *calls* e *puts* europeias para opções sobre o futuro são:

$$C = e^{-r[T-t]} [FN(d_1) - XN(d_2)]$$

$$P = e^{-r[T-t]} XN(-d_2) - FN(-d_1)$$

Em que:

$$d_1 = \frac{\ln(F/X) + \left(\frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

$$d_2 = \frac{\ln(F/X) - \left(\frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$$

Nas quais:

C = Preço da opção de compra (*call*);

P = Preço da opção de venda (*put*);

F = Preço do contrato futuro;

X = Preço do exercício;

r = Taxa de juros livre de risco;

T = Tempo para o vencimento da opção;

t = Tempo atual;

σ = Volatilidade do preço da ação;

$N(x)$ = Função de distribuição normal acumulada de uma normal padrão.

Nas fórmulas, percebe-se a influência do tempo para vencimento da opção, bem como da volatilidade no cálculo do valor da opção. Na verdade, de todos os parâmetros que determinam o preço de uma opção, a volatilidade é o que representa maiores problemas.

As variáveis do modelo são dadas (preço de exercício, preço futuro, tempo até o vencimento) ou

podem facilmente ser estimadas (dividendos esperados, taxa de juros sem risco) a partir de algumas observações. Já a volatilidade não é uma variável diretamente observável. Isto implica que se todos os outros parâmetros forem vistos da mesma maneira pelos diversos agentes do mercado, o que os fará ter diferentes expectativas de preço para a opção e serão as diferentes formas de enxergarem esse parâmetro de volatilidade. Várias abordagens podem ser utilizadas na sua estimação, o que deve ser tema de discussões à parte, já que se tem a noção de que esta é a variável mais crítica na etapa de precificação e que a idéia é obter a melhor estimativa da "verdadeira" volatilidade.

4.2 - Estimação da Volatilidade

Se estiver correta a hipótese que a taxa de variância do retorno é constante, a estimativa com base em valores passados leva ao valor de σ , que vai vigorar até o vencimento da opção. Ocorre que, na realidade, como afirma Varga (2000), o preço do ativo-objeto não tem volatilidade constante, como demonstram vários estudos. Ainda assim, o modelo continua sendo utilizado como se ela fosse constante e os praticantes apostam no comportamento da volatilidade.

Saber com exatidão qual será o valor da volatilidade entre a data da negociação da opção e seu vencimento é muito complicado. Diversos métodos de estimação são utilizados e cada um tem suas vantagens e desvantagens, captando melhor os aspectos específicos da volatilidade do ativo-objeto da análise. É possível citar os mais utilizados: os modelos de variância condicional da família Garch; os modelos EWMA (exponencial weighted moving average); o cálculo das volatilidades implícitas nos preços de mercado, em que se observa o valor da volatilidade instantânea dos retornos do ativo que iguala o preço calculado da opção ao preço praticado no mercado; e a volatilidade histórica, isto é, o desvio padrão do ativo-objeto, no qual é possível tomar a estatística com base em uma amostra do passado. Supõe-se que estes permitem ver o futuro, sendo uma hipótese

bastante forte o método do valor extremo.

Na pesquisa, para a obtenção dos preços teóricos pelo modelo Black & Scholes, são utilizadas volatilidades estimadas por três formas diferenciadas: histórica, médias móveis e implícita. A ideia básica é encontrar um bom estimador para a volatilidade "correta" do ativo, aquela que irá vigorar até o dia do vencimento e que fornecerá, em cada momento do tempo, o preço justo para a opção.

4.2.1 - Volatilidade histórica

Estimar a volatilidade de um mercado é, de certa forma, calcular a volatilidade histórica dos preços a partir de uma série. De acordo com Hull (2009), esta é calculada da seguinte forma: se $u_1 = \ln(F_i/F_{i-1})$ é o retorno diário do contrato futuro (F), então o seu desvio padrão é dado por:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})^2}$$

Em que:

σ = Volatilidade;

$n+1$ = Número de observações;

\bar{u} = Média dos retornos.

A medida acima apresenta a volatilidade diária para o cálculo da volatilidade anual utilizada na pesquisa. A fórmula simples para conversão é:

$$\sigma(\text{anual}) = \sigma\sqrt{252}.$$

4.2.2 - Volatilidade por média móvel

Como afirmam Gabe e Portugal (2004), os modelos de média móvel são classificados como modelos de volatilidade constante, pois se referem à volatilidade não condicional do processo de retornos de um ativo. Isto implica que σ é uma constante finita, a mesma ao longo de todo o processo de geração dos dados.

Médias móveis eliminam grandes oscilações nos preços, filtrando somente o movimento principal. Quanto maior o período utilizado, maior é o grau de filtragem.

É a média aritmética móvel dos últimos n dias de negociação, movimentando-se para frente a cada dia de negociação. Uma média móvel é construída determinando a duração do período para o qual a média deve ser calculada, e assim calcula-se o preço médio para o número de observações do conjunto escolhido. A média começa a ser revista regularmente com o abandono da observação mais antiga e o acréscimo da mais nova observação, de acordo com Mellagi Filho e Sanvincente (1992).

4.2.3 - Volatilidade implícita

Volatilidade implícita é a previsão da volatilidade ao longo do tempo de maturação de uma opção que iguala o preço da opção observado no mercado com o preço teórico de um modelo de precificação de opção (GABE; PORTUGAL, 2004). Consiste em aplicar a fórmula de Black de forma “reversa” e calcular o valor da volatilidade que geraria os prêmios que efetivamente ocorreram no pregão.

Se o preço de um ativo, preço de mercado de uma opção de compra, preço de exercício, taxa de juro livre de risco e tempo de maturidade podem ser obtidos, basta “inserir” a volatilidade implícita utilizando a fórmula de Black & Scholes para uma *call* ou *put* teórica adaptada ao mercado.

Assim, a volatilidade implícita seria um bom indicador da opinião do mercado sobre a volatilidade esperada do contrato futuro. Pressupõe-se que o modelo de Black precifica corretamente as opções negociadas no mercado e que, portanto, os preços desta são iguais aos calculados pela fórmula.

4.3 - Tratamento dos Dados

Os dados utilizados na pesquisa referem-se às opções de compra sobre futuro e os preços dos con-

tratos futuros do café arábica. A fim de atender a análise de precificação, foram utilizadas as seguintes variáveis: preço de exercício, tempo de maturidade do contrato futuro, preço do ativo subjacente, taxa de juros, volatilidade e os prêmios pagos pelas opções sobre contrato futuro, necessários para uma posterior comparação com os resultados obtidos no estudo. Os dados foram coletados junto a BM&FBOVESPA (BMF&BOVESPA, 2011), por meio do sistema de recuperação de informação da bolsa de mercadorias e futuros, para o período de janeiro a dezembro de 2010, compreendendo 211 observações⁶.

O tempo de maturidade foi calculado como proporção dos dias úteis do ano, ou seja, $((T-t) / 252)$. A taxa de juros utilizada como *proxy* da taxa livre de risco foi a taxa de juros dos Certificados de Depósitos Interbancários (CDI) anual e composta, conforme fizeram Gabe e Portugal (2004), obtida junto ao Banco Central (BCB, 2011).

Com o intuito de analisar comparativamente o preço teórico calculado pelo modelo de precificação de Black com o observado no mercado, utilizou-se, na fórmula, as três medidas de volatilidade descritas anteriormente, calculadas da seguinte maneira: o cálculo da volatilidade histórica foi obtido a partir da série temporal histórica dos preços diários do fechamento do ativo objeto, pela utilização da fórmula exposta anteriormente em 4.2.1.

A determinação de n neste caso foi arbitrária, mas levou-se em consideração o fato de que um bom número de observações de fechamento de preço do ativo objeto poderia conduzir a uma exatidão maior da modelagem da volatilidade. Poderiam ter sido escolhidos os últimos 360 ou 720 dias, contudo, a alta volatilidade durante a crise de 2008 poderia pesar bastante na análise, viesando os resultados. Assim, usou-se a sequência dos últimos 906 dias de negócios com o ativo objeto, anteriores à data inicial de análise (27/01/2010). A ideia era de que se pudesse traba-

⁶Durante o período foram efetuados 156 negócios. Como em cada negócio efetuado são transacionadas diversas opções, a amostra utilizada representa 4.806 opções de compra.

lhar com dados de antes, durante e depois da crise.

Para obtenção da volatilidade por média móvel, foram utilizadas as mesmas observações do ativo-objeto, porém foi considerado um intervalo de 230 dias, contados entre uma data x , até a anterior à data do pregão, de modo a existir sempre o rodízio de datas. Neste caso, a escolha do número de dias foi baseada na quantidade de observações analisadas na pesquisa, pois à medida que “surge” um novo pregão, a última cotação é excluída, enquanto que a mais recente entra no cálculo.

O terceiro método de estimação a ser apresentado é o da volatilidade implícita, que foi encontrada a partir dos dados observados no próprio mercado. Utilizando-se da própria fórmula de Black, foi calculada por tentativa e erro, pelo fato de que esta volatilidade deve ter um valor tal, que aplicado ao modelo, torne o prêmio teórico calculado igual ao prêmio do mercado. Ela é definida como σ_{i+1} , ou seja, a volatilidade implícita obtida com dados em d será utilizada como estimativa da volatilidade futura para o preço teórico da opção em $d+1$. Em dias nos quais foram negociadas mais de uma opção, usou-se a média aritmética para obtenção da volatilidade do dia seguinte.

Estimadas as volatilidades pelos métodos citados, elas foram inseridas na fórmula de Black & Scholes para determinação dos preços teóricos, e estes foram posteriormente comparados aos preços do mercado por análise estatística, dividida em três partes: uma avaliação da média das diferenças atribuídas comparativamente a cada método de volatilidade; um estudo com a estimativa dos erros quanto à avaliação dos preços teóricos em relação ao mercado; e, por fim, um estudo dos erros em relação ao posicionamento das opções quanto ao exercício.

5 - ANÁLISES DOS RESULTADOS

A comparação estatística dos preços teóricos calculados pelo modelo Black & Scholes com os preços realmente observados no mercado foi feita utilizando-se a estatística para observações emparelhadas. De acordo com Bussab e Morettin (1995), é um

procedimento utilizado quando as observações de duas amostras são feitas no mesmo indivíduo, sendo estas formadas pelos pares $(X_1, X_2, \dots, X_n$ e $Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$. Usou-se assim a estatística t :

$$t = \frac{\bar{D} - \mu_D}{S_D / \sqrt{n}} \sim t_{(n-1)}$$

Em que:

$$D_i = X_i - Y_i;$$

$$\bar{D} \equiv \bar{X} - \bar{Y};$$

Os testes estatísticos, os quais foram realizados no programa Stata 11.0, permitem concluir se há diferenças significativas entre os preços teóricos calculados e os preços observados no mercado, em que:

$$H_0 : \mu_D = 0$$

$$H_a : \mu_D \neq 0$$

Na tabela 1 consta a exposição dos resultados.

Tabela 1 - Testes Sobre a Média das Diferenças entre os Preços Observados e os Preços Teóricos Calculados pelo Modelo Black & Scholes

Modelo	Média	Desvio padrão	t calculado	p-valor
Volat. histórica	1,52	3,95	5,61 ¹	0.0000
Volat. médias móveis	6,60	4,51	21,23 ¹	0.0000
Volat. implícita	-0,24	0,52	-0,78	0.4353

¹Significantes a 5%.

Fonte: Dados da pesquisa.

De acordo com os testes realizados, a tabela 1 mostra que para o caso do uso da volatilidade histórica e da volatilidade por médias móveis no modelo de precificação de Black & Scholes, rejeita-se ao nível de 5% de significância a hipótese nula de que as médias dos preços teóricos calculados e os praticados no mercado são iguais.

No tocante à análise da volatilidade implícita na fórmula de Black, o modelo apresentou os melhores resultados. Como exposto nos testes, não se rejei-

tou a hipótese nula, que é de igualdade entre a média das séries.

Após a realização da primeira etapa da análise comparativa, foi feito um estudo sobre o desempenho do modelo, utilizando-se das três diferentes modelagens de volatilidade, com relação à subestimação ou superestimação dos preços calculados frente ao mercado.

Abaixo, estão expostos os resultados da análise das diferenças obtidas entre os preços de mercado e os preços calculados pelo modelo. As tabelas 2, 3, 4 apresentam os dados em relação à estimação das *calls* e erro médio de cada modelo.

Tabela 2 - Desempenho do Modelo com VH¹ em Relação à Estimação dos Prêmios

Prêmios	Volatilidade histórica		
	Observações	Erro médio	Erro médio (%)
Mercado > teórico	134	3,33	38,28
Mercado < teórico	77	-1,64	-18,74
Total	211	1,52	17,47

¹Volatilidade histórica.

Fonte: Dados da pesquisa.

Tabela 3 - Desempenho do Modelo com VMM¹ em Relação à Estimação dos Prêmios

Prêmios	Volatilidade médias móveis		
	Observações	Erro médio	Erro médio (%)
Mercado > teórico	208	6,71	77,13
Mercado < teórico	3	-1,40	-16,09
Total	211	6,60	75,86

¹Volatilidade médias móveis.

Fonte: Dados da pesquisa.

Tabela 4 - Desempenho do Modelo com VOI¹ em Relação à Estimação dos Prêmios

Prêmios	Volatilidade implícita		
	Observações	Erro médio	Erro médio (%)
Mercado > teórico	103	2,82	32,41
Mercado < teórico	108	-3,16	-36,32
Total	211	-0,24	-0,2

¹Volatilidade implícita.

Fonte: Dados da pesquisa.

Na tabela 2, percebe-se que o modelo que utiliza a volatilidade histórica, subprecifica os valores dos prêmios negociados no mercado, ou seja, em

sua maioria, os preços teóricos calculados estão abaixo dos observados no mercado. Porém, esse desempenho pode ser considerado razoável, tendo em vista o valor do erro médio total de 17,47%, a diferença entre os preços de mercados e os preços calculados não estão muito distantes.

Já a tabela 3 mostra uma discrepância muito grande entre os valores calculados e os prêmios observados. O modelo subprecifica muito o mercado e expõe o péssimo desempenho do cálculo com a implementação da volatilidade por médias móveis, em que o erro médio total foi de 75,86%.

Os dados da tabela 4 mostram que o modelo melhorou os resultados de precificação com a volatilidade implícita, nota-se um forte equilíbrio entre os casos de subprecificação e superprecificação, em que seu erro médio foi de apenas 32,41% em relação às suas 103 cotações para um total de 211. Além disso, o erro médio total é muito baixo e negativo, significando que estava realmente próxima ao mercado.

Na última etapa do trabalho, a análise de desempenho do modelo se deu mediante o estudo dos erros em relação ao posicionamento das opções. Estas foram divididas em fora-do-dinheiro, ou seja, quando o valor do contrato futuro do café arábica, isto é, o preço do ativo subjacente (S), era menor do que o preço de exercício (X); no-dinheiro⁷ quando o preço do ativo subjacente e o preço de exercício forem iguais; e dentro-do-dinheiro quando o preço de exercício se apresentar menor que o do contrato futuro.

Este estudo mostra o resultado da classificação quanto à probabilidade de exercício. Abaixo, nas tabelas 5 a 7, os resultados da apuração dos erros:

Pelos resultados apresentados nas tabelas, o que se pode notar inicialmente é que quase a metade das opções negociadas (48,34%) está fora-do-dinheiro. Relacionado à precificação, o modelo com volati-

⁷Foram consideradas no-dinheiro, além da igualdade, cotações com variação de 5%, para mais ou para menos, entre o preço do ativo subjacente e o preço de exercício.

Tabela 5 - Desempenho do Modelo com VH¹ em Relação ao Posicionamento das Opções

Classificação	Volatilidade histórica			
	Representação	Observações	Erro médio	Erro médio (%)
Fora-do-dinheiro	S < X	102	3,16	36,32
No-dinheiro	S = X	86	-0,62	7,13
Dentro-do-dinheiro	S > X	23	2,30	26,44
Total		211	1,52	17,47

¹Volatilidade histórica.

Fonte: Dados da pesquisa.

Tabela 6 - Desempenho do Modelo com VMM¹ em Relação ao Posicionamento das Opções

Classificação	Volatilidade média móveis			
	Representação	Observações	Erro médio	Erro médio (%)
Fora-do-dinheiro	S < X	102	8,06	92,64
No-dinheiro	S = X	86	3,76	43,22
Dentro-do-dinheiro	S > X	23	6,23	71,61
Total		211	6,60	75,86

¹Volatilidade médias móveis.

Fonte: Dados da pesquisa.

Tabela 7 - Desempenho do Modelo com VOI¹ em Relação ao Posicionamento das Opções

Classificação	Volatilidade implícita			
	Representação	Observações	Erro médio	Erro médio (%)
Fora-do-dinheiro	S < X	102	0,46	5,3
No-dinheiro	S = X	86	-1,49	-17,13
Dentro-do-dinheiro	S > X	23	1,30	14,94
Total		211	-0,24	-0,02

¹Volatilidade implícita.

Fonte: Dados da pesquisa.

lidade histórica tem desempenho próximo nos casos de opções dentro-do-dinheiro e fora-do-dinheiro, apresentando um desempenho melhor no caso de opções no-dinheiro, com erros na precificação em torno de 20% mais baixos com relação aos outros casos. O modelo com a utilização da volatilidade por médias móveis apresenta o pior desempenho, independente da classificação. Além do mais, o erro médio apresentado para as opções fora-do-dinheiro é bastante alto, 92,64%, o que se conclui não haver chance alguma de exercício.

Nesta análise, também foi o cálculo com a vo-

latilidade implícita o método que mais se sobressaiu, com erro médio de apenas 5,73% para opções fora-do-dinheiro, o que significa que ainda pode haver chances de exercício e de menos de 15% para opções dentro-do-dinheiro, apresentando uma probabilidade de exercício maior que o não exercício.

Os resultados em todas as análises apontam que os agentes realmente fazem uso do modelo de Black & Scholes para precificação de opções pela utilização da volatilidade implícita como medida de variabilidade dos preços dos contratos futuros de café arábica.

6 - CONCLUSÃO

Sendo reconhecida a importância histórica do café como *commodity* agrícola para a economia brasileira e a enorme necessidade dos instrumentos de derivativos na gestão de risco do setor cafeeiro, torna-se fundamental avaliar a eficácia de instrumentos de precificação que auxiliam os agentes a operarem nos mercados futuros da mercadoria.

A formação de grande volatilidade nos preços devido às incertezas do mercado agrícola exige dos agentes envolvidos no sistema produtivo enorme capacidade gerencial, especialmente em termos de comercialização. Os mercados de opções sobre futuros é um instrumento de proteção de preços relativamente novo no Brasil e ainda pouco difundido, porém, é uma alternativa muito valiosa aos agentes do mercado agrícola que não contam com muitas alternativas de proteção.

Este estudo buscou avaliar o desempenho do modelo Black & Scholes para precificação de opções de compra sobre futuro do café arábica, negociadas na BM&FBOVESPA, para o ano de 2010. Neste sentido, usou-se três diferentes métodos de extração da volatilidade, parâmetro que influencia decisivamente nos resultados, para que em cada caso, o preço teórico calculado fosse comparado aos prêmios observados no mercado.

A análise estatística foi dividida em três partes, nas quais os testes sobre a média das diferenças entre os preços observados e de mercado, mostram que a volatilidade implícita utilizada no modelo resulta em prêmios teóricos estatisticamente iguais aos observados no mercado, diferentemente dos resultados apresentados com a volatilidade histórica e média móvel.

Os testes sobre a diferença dos erros apontaram que os preços resultantes dos cálculos com a volatilidade histórica e principalmente com a média móvel subestimaram os prêmios do mercado, o que não acontece quando há utilização da volatilidade implícita, que resulta, no geral, em preços equilibrados em relação ao mercado.

Por fim, os testes sobre o posicionamento das

opções expõem o razoável desempenho da volatilidade histórica no modelo, especialmente no-dinheiro; o mau desempenho da média móvel nas três classificações, em que os erros de precificação são muito altos; e mais uma vez apontam o bom desempenho da volatilidade implícita no modelo, com erros de precificação consideravelmente baixos, corroborando com os resultados dos testes anteriores.

Dessa forma, a utilização do modelo Black & Scholes para precificação de opções sobre futuro do café mostra-se adequada, sobretudo com o uso da volatilidade implícita como medida de variabilidade, sendo fundamental na tomada de decisões dos agentes do mercado.

A pesquisa estimula trabalhos futuros, porque os resultados aqui apresentados valem para qualquer *commodity* agrícola negociada em bolsa de valores.

LITERATURA CITADA

- ASSAF NETO, A. **Mercado Financeiro**: 8 ed. São Paulo: Atlas, 2008.
- BANCO CENTRAL DO BRASIL. **Taxa de juros DI**: 1 dia. Brasília: BCB, 2011. Disponível em: <<http://www.bcb.gov.br>>. Acesso em: 18 jun. 2011.
- BESSADA, O.; BARBEDO, C.; ARAÚJO, G. **Mercado de derivativos no Brasil**. 2 ed. Rio de Janeiro: Record, 2007.
- BLACK, F. The pricing of commodity contracts. **Journal of Financial Economics**, Amsterdam, Vol. 3, Issues 1-2, pp. 167-179, jan./mar. 1976.
- BLACK, F.; M. SCHOLES. The Pricing of Options and Corporate Liabilities. **Journal of Political Economy**, Chicago, Vol 81, Issue 3, pp. 637-654, may/jun. 1973.
- BOLSA DE VALORES, MERCADORIAS E FUTUROS DE SÃO PAULO - BM&FBOVESPA. **Sistema de recuperação de informação**. São Paulo: BM&FBovespa, 2011. Disponível em: <www.bmfbovespa.com.br>. Acesso em: 13 jun. 2011.
- BUSSAB, W. O.; MORETTIN, P. A. **Estatística Básica**. 4 ed. São Paulo: Atual Editora, 1995.
- CONSELHO DOS EXPORTADORES DE CAFÉ DO BRASIL - CECAFÉ. **Dados estatísticos**. São Paulo: CECAFÉ, 2011. Disponível em: <<http://www.cecafe.com.br>>. Acesso em: 09 jun. 2011.
- COELHO, A. B.; PINHEIRO, S. C.; FERREIRA, F. V. A fórmula de Black precifica corretamente as opções de compra sobre

- futuros agropecuários no Brasil? Uma aplicação para o caso do café arábica. **Pesquisa & Debate**, São Paulo, Vol. 20, n. 2, p. 299-315, nov. 2009.
- COPELAND, T. E.; WESTON J. F.; SHASTRI, K. **Financial theory and corporate policy**. 4 ed. New York: Pearson Addison Wesley, 2004.
- DUBOFSKY, D. A. **Options and financial futures: valuation e uses**. USA: Mc Graw-Hill, Inc, 1992.
- GABE, J.; PORTUGAL, M. S. Volatilidade implícita versus volatilidade estatística: um exercício utilizando opções e ações da Telemar S.A. **Revista Brasileira de Finanças**, Rio de Janeiro, v. 2, n. 1, p. 47-73, 2004.
- HULL, J. **Fundamentos aos mercados futuros e de opções**, 4. ed. São Paulo: BM&F, 2009.
- MELLAGI FILHO, A.; SANVINCENTE, A. Z. **Mercado de capitais e estratégicas de investimento**. 1 ed. São Paulo: Atlas, 1992.
- NEFTCI, S. N. **An introduction to the mathematics of financial derivatives**. 2. ed. San Diego: Academic Press, 2000.
- ORGANIZAÇÃO INTERNACIONAL DO CAFÉ - OIC. **Estatísticas**. Londres: OIC, 2011 Disponível em: <<http://www.ico.org>>. Acesso em: 09 jun. 2011.
- RAMOS DA SILVA, T. J. **Uma avaliação da aplicação do modelo Black & Scholes para precificação de opções de futuro de café arábica da BM&F**. 2006. 106 f. Dissertação (Mestrado em Gestão e Estratégia em Negócios) - Instituto de Ciências Humanas e Sociais, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, 2003.
- SILVA NETO, L. A. **Opções: do tradicional ao exótico**. São Paulo: Atlas, 1996.
- SCHOUCHANA, F. **Introdução aos mercados futuros e de opções agropecuárias no Brasil**. 2. ed. São Paulo: BM&F, 2004.
- TONIN, J. M. Precificação de opções sobre contratos futuros de café arábica na BMF&BOVESPA: qual medida de volatilidade utilizar? In: CONGRESSO DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO E SOCIOLOGIA RURAL. 48., Campo Grande, 2010. **Anais...** Brasília: SOBER, 2010.
- VARGA, G. **Cálculo de preço de opção de compra para o mercado brasileiro**. Notas de aula. Rio de Janeiro: FCE, 2000. Disponível em: <<http://www.fce.com.br>>. Acesso em: 25 maio 2011.

Recebido em 27/05/2011. Liberado para publicação em 22/11/2011.