

ANÁLISE GRÁFICA E TAXA DE CRESCIMENTO¹

Afonso Negri Neto²

Paulo José Coelho³

Irene Roque de Oliveira Moreira⁴

1 - INTRODUÇÃO

Com muita freqüência verifica-se que a apresentação gráfica dos valores observados de duas ou mais variáveis, através do tempo, permite uma interpretação mais fácil ao invés de se utilizar a apresentação tabular dos mesmos valores, sobretudo com a facilidade atual da utilização de microcomputadores e os pacotes gráficos disponíveis que favorecem a imediata reprodução gráfica na tela do vídeo ou na impressora.

A apresentação gráfica de uma série temporal tem sido tão freqüentemente usada que, às vezes, está sujeita à utilização abusiva e a uso indevido que serve para mascarar alguns aspectos relevantes da natureza dos valores observados das variáveis. No entanto, a apresentação gráfica pode muito bem se transformar em uma das melhores técnicas disponíveis para algumas análises exploratórias, possibilitando um meio de se perceber mudanças complexas das relações entre duas ou mais variáveis entre si ou através do tempo.

Um gráfico dos valores observados de uma variável, através do tempo, organiza o arranjo dos dados em uma seqüência com os valores observados da variável, espaçados em intervalos iguais de tempo, usualmente representados no eixo vertical.

A evolução dos dados econômicos de uma série temporal mostra características importantes de se perceber de uma maneira efetiva e rápida, por isso representou-se graficamente a evolução da produção agrícola do Estado de São Paulo para cana-de-açúcar,

soja e milho, cujos dados básicos foram obtidos de CAMARGO FILHO (1990) (Tabela 1).

Na figura da produção de cana-de-açúcar para os anos agrícolas de 1942/43 a 1987/88, percebe-se imediatamente tendência crescente dos valores observados, que pode ser desmembrada nos subperíodos de 1942/43 a 1961/62, de 1961/62 a 1973/74 e de 1973/74 a 1987/88 (Figura 1).

Na figura da produção de soja para os anos agrícolas de 1944/45 a 1987/88, percebe-se tendência de crescimento para os valores observados nos subperíodos de 1944/45 a 1967/68, 1967/68 a 1980/81 e de 1983/84 a 1987/88, sendo que no subperíodo de 1980/81 a 1983/84 ocorre decréscimo naqueles valores (Figura 2).

Contudo, nem todas as séries temporais se apresentam com um comportamento tão distinto como os casos da cana-de-açúcar e soja descritos acima. Na figura dos valores observados de produção de milho, nota-se tendência geral de crescimento no subperíodo de 1955/56 a 1987/88, porém com flutuações erráticas nos anos de 1963/64, 1968/69, 1974/75, 1977/78, 1983/84 e 1987/98. No subperíodo anterior, de 1942/43 a 1955/56, a tendência era levemente decrescente, porém com flutuações erráticas nos anos de 1945/46 e 1953/54. Por esse motivo, neste trabalho não se analisará o caso do milho (Figura 3).

Vários fatores podem determinar a mudança na taxa de crescimento entre subperíodos, tais como ocorrência de planos e pacotes, intervenção de política agrícola, influências biológicas e climáticas, entre outras.

¹Os autores agradecem a colaboração de Maria Alice Manzo e Júlio César Lopes na tabulação de dados e operação de microcomputadores. Recebido em 23/08/93. Liberado para publicação em 10/09/93.

²Engenheiro Agrônomo, MS, Pesquisador Científico do Instituto de Economia Agrícola.

³Engenheiro Agrônomo, Pesquisador Científico do Instituto de Economia Agrícola.

⁴Matemático, Pesquisador Científico do Instituto de Economia Agrícola.

TABELA 1 - Produção das Culturas de Cana-de-açúcar¹, Soja e Milho, Estado de São Paulo, 1942/43 a 1987/88

Ano agrícola	Produção		
	Cana-de-açúcar (milhão t)	Soja (t)	Milho (milhão t)
1942/43	5,6870	-	1,2280
1943/44	4,2420	-	1,1380
1944/45	4,6000	32	1,1030
1945/46	4,8000	961	1,5980
1946/47	4,6900	1.200	1,1770
1947/48	5,8950	1.536	1,0810
1948/49	6,1880	1.004	1,0250
1949/50	6,9930	692	1,2260
1950/51	8,4360	636	1,0750
1951/52	9,9270	514	1,0040
1952/53	10,8640	2.357	0,9910
1953/54	12,6850	5.907	1,4580
1954/55	12,2300	7.502	1,0800
1955/56	14,7500	4.381	1,0290
1956/57	16,7490	5.977	1,3380
1957/58	19,5610	3.966	1,3800
1958/59	22,1730	2.987	1,3320
1959/60	21,7040	4.458	1,7400
1960/61	23,1520	7.055	1,7640
1961/62	26,6000	7.860	1,2140
1962/63	22,0000	4.965	1,6880
1963/64	25,0000	4.440	1,4160
1964/65	39,0920	10.590	2,4480
1965/66	38,8990	22.405	2,4900
1966/67	33,5000	36.600	2,6400
1967/68	30,2550	36.600	2,5500
1968/69	27,4000	60.000	1,7400
1969/70	42,5000	97.800	2,8200
1970/71	38,3000	93.600	2,7600
1971/72	44,2000	222.000	3,0000
1972/73	42,0000	330.000	2,5980
1973/74	36,4600	522.000	2,6280
1974/75	38,1000	678.000	2,1000
1975/76	50,1000	765.000	2,7240
1976/77	58,3000	768.000	2,5200
1977/78	60,4690	745.500	1,7010
1978/79	65,0510	848.400	2,2770
1979/80	73,5900	1.179.600	2,3350
1980/81	73,4600	1.278.000	2,7520
1981/82	97,3860	1.128.000	3,3920
1982/83	111,7500	966.000	3,1590
1983/84	120,3350	849.000	2,9010
1984/85	125,4700	960.000	2,9700
1985/86	126,2100	915.000	3,0930
1986/87	135,6150	978.000	3,9210
1987/88	137,4500	1.224.000	3,6840

¹Inclui cana para indústria e para forragem.

Fonte: Instituto de Economia Agrícola (IEA) e Coordenadoria da Assistência Técnica Integral (CATI).

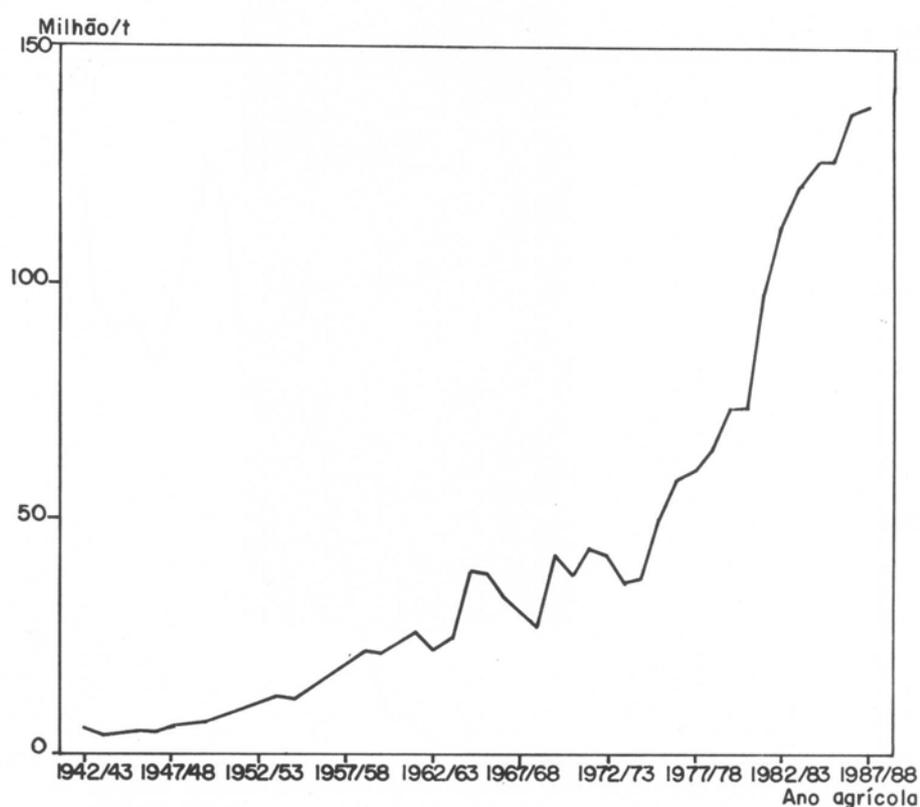


FIGURA 1 - Evolução da Produção de Cana-de-açúcar no Estado de São Paulo, 1942/43 a 1987/88.

2 - OBJETIVO

O presente trabalho pretende mostrar que para se calcular taxas de crescimento das variáveis que se apresentam dispostas em séries temporais, um gráfico exploratório dos valores observados das variáveis torna-se de grande utilidade e deveria ser o primeiro passo a ser seguido após a obtenção da série temporal.

O objetivo central deste trabalho é apresentar alguns métodos para o cálculo de taxas de crescimento.

A hipótese principal é que em uma série temporal de uma variável pode-se observar mais de uma taxa de crescimento.

Será feita ainda uma comparação entre as taxas de crescimento nos subperíodos determinados pela análise gráfica e as taxas de crescimento calculadas por períodos de dez anos que é muito comum quando os dados estão dispostos na forma tabular.

3 - METODOLOGIA PARA CÁLCULO DE TAXA DE CRESCIMENTO

3.1 - Com Base nos Valores Extremos do Período

Uma taxa de crescimento representa o ritmo médio de crescimento ocorrido em um período considerado.

Considerando que certa grandeza tenha valor V_0 num certo ano, que a taxa anual de crescimento seja r , o valor dessa grandeza ao final de um ano será:

$$V_1 = V_0 + r.V_0 = V_0(1 + r) \quad (1)$$

Generalizando-se, depois de n períodos tem-se que:

$$V_n = V_0(1 + r)^n \quad (2)$$

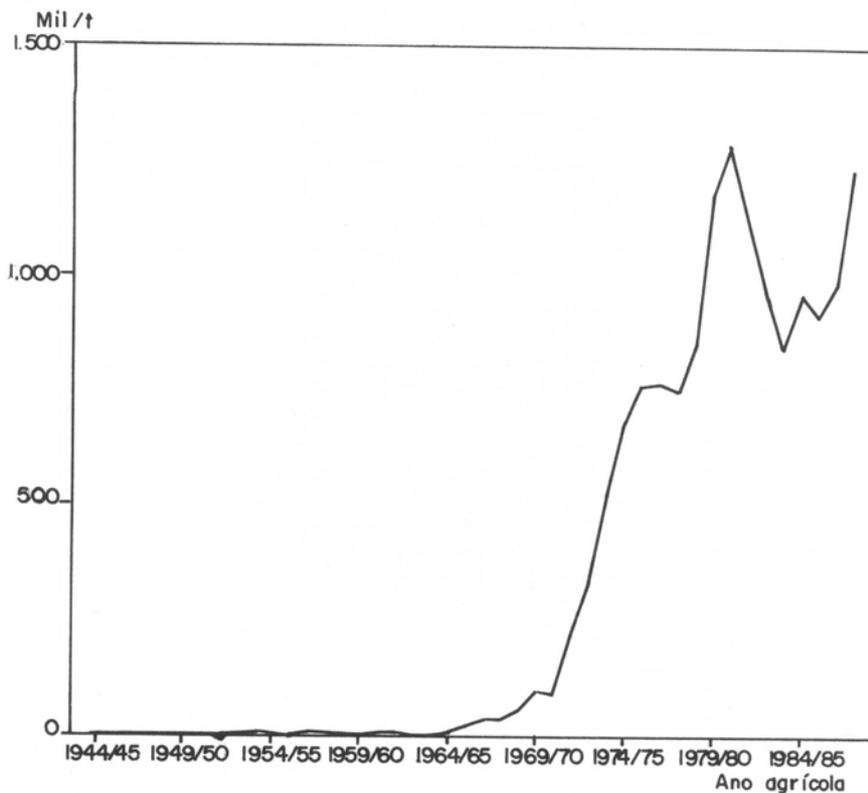


FIGURA 2 - Evolução da Produção da Soja no Estado de São Paulo, 1944/45 a 1987/88.

Através da expressão (2) pode-se determinar a taxa de crescimento r no período n conhecendo-se os valores de V_0 e V_n . O uso da expressão (2) pressupõe comportamento de uma função exponencial para a série temporal em questão.

Através da aplicação de logaritmos na expressão (2) obtém-se:

$$\text{Log } V_n = \text{Log } V_0 + n \text{Log} (I + r) \quad (3)$$

$$\text{Log} (I + r) = \frac{\text{Log } V_n - \text{Log } V_0}{n} \quad (4a)$$

$$r = \left[\text{antilog} \frac{(\text{log } V_n - \text{Log } V_0)}{n} \right] - 1 \quad (4b)$$

3.2 - Com Base em uma Regressão Linear Simples

Dado t valores de uma grandeza qualquer V_t em estudo com um valor inicial de V_1 conforme a fórmula:

$$V_t = V_1 (I + r)^t \quad (5)$$

Aplicando-se logaritmos sobre a mesma, obtém-se:

$$\text{Log } V_t = \text{Log } V_1 + t \text{Log} (I + r) \quad (6)$$

que corresponde a uma equação linear

$$Y_i = a + \beta t \quad (7a)$$

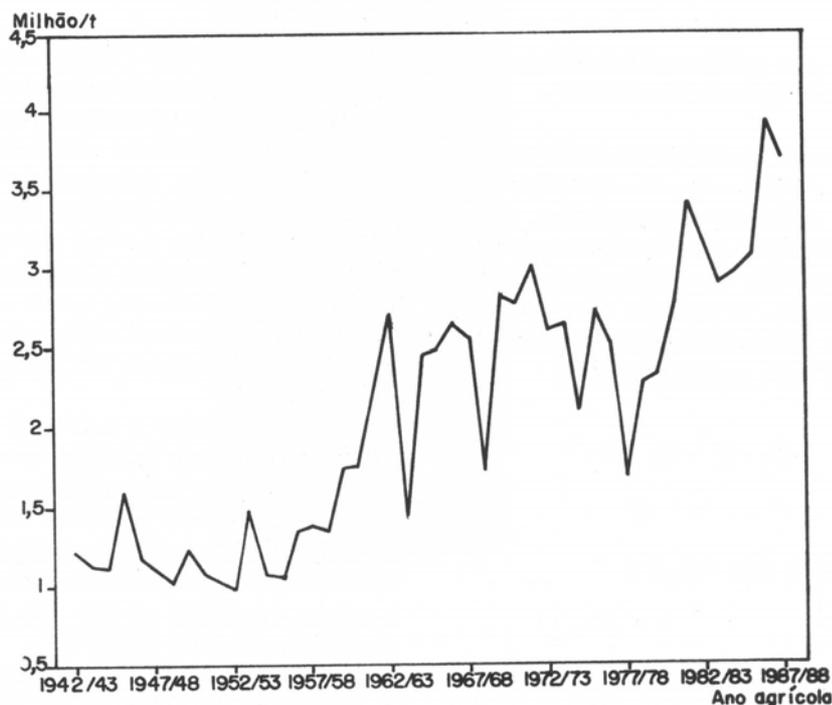


FIGURA 3 - Evolução da Produção de Milho no Estado de São Paulo, 1942/43 a 1987/88.

onde:

$$Y_i = \text{Log } V_i, \quad a = \text{Log } V_1, \\ \beta = \text{Log } (1+r) \text{ e } r = (\text{antilog } \beta) - 1 \quad (7b)$$

$$Y_j = \text{Log } W_j$$

$$a = \text{Log } A$$

3.3 - Com Base em uma Regressão Linear Múltipla

Para o caso em que ocorram m taxas de crescimento o modelo é:

$$W_j = A(1+r_1)^{X_{1j}} \cdot (1+r_2)^{X_{2j}} \cdot (1+r_3)^{X_{3j}} \dots (1+r_m)^{X_{mj}} \cdot e_j \quad (8)$$

Após aplicação de logaritmos, o modelo (8) transforma-se em (9a), onde X_{ij} é o conjunto de valores para a taxa de crescimento r_i , e os subperíodos são definidos a partir da análise gráfica.

$$Y_j = a + \beta_1 X_{1j} + \beta_2 X_{2j} + \beta_3 X_{3j} \dots + \beta_m X_{mj} + u_j \quad (9a)$$

onde:

e

$$\beta_i = \log (1+r_i) \quad i=1,2,3,\dots,m$$

$$r_i = (\text{antilog } \beta_i) - 1 \quad (9b)$$

Lembre-se que a variável X_j é o tempo, medido em anos, que se pretende analisar a tendência da variável Y_j e que o período característico para cada taxa de crescimento pode ser obtido com uma análise gráfica exploratória. Além disso, o procedimento aqui adotado é conhecido nos livros textos de Econometria como o ajustamento de uma poligonal com variáveis artificiais, HOFFMANN & VIEIRA (1977).

3.4 - Teste "t" para a Diferença Estatística entre Pares de Taxas de Crescimento

Fazendo-se os cálculos de acordo com o modelo (9a) é possível verificar se a mudança na tendência é estatisticamente diferente de zero, o que equivale a aplicar teste de restrições lineares proposto por MADDALA (1977). No caso da comparação de pares de coeficientes da regressão linear múltipla pode-se recorrer ao teste indicado por HOFFMANN & VIEIRA (1977) que equivale a se testar:

$$H_0 : \beta_2 = \beta_1$$

ou

$$H_0 : \beta_2 - \beta_1 = 0$$

e

$$t = \frac{\beta_2 - \beta_1}{\sqrt{V(\beta_2 - \beta_1)}} \quad (10)$$

Lembrando-se que

$$V(\beta_2 - \beta_1) = V(\beta_2) + V(\beta_1) - 2 \text{cov}(\beta_1, \beta_2) \quad (11)$$

e que $V(\beta_1)$ e $V(\beta_2)$ são as variâncias do parâmetro β_1 e β_2 , $\text{COV}(\beta_1, \beta_2)$ é a covariância entre β_1 e β_2 e que $V(\beta_2 - \beta_1)$ é a variância da diferença entre $\beta_2 - \beta_1$.

4 - RESULTADOS

No caso da produção da cana-de-açúcar no período de 1942/43 a 1987/88 obteve-se a taxa de crescimento de 7,33% com base nos valores inicial e final e taxa de crescimento de 7,87% com base na regressão linear simples. Para o ajustamento da poligonal utilizaram-se três variáveis artificiais nos subperíodos de 1942/43 a 1962/63, de 1962/63 a 1973/74 e de 1973/74 a 1987/88 e para períodos de dez anos (Tabelas 2 e 3).

As taxas de crescimento calculadas através do método do valor final e inicial e do método de regressão linear simples estão bastante próximas neste caso. Porém, quando se faz o cálculo para os diferentes subperíodos, os valores obtidos são bastante diferenciados. No caso, em que o subperíodo acompanha a tendência obtida na figura, as taxas obtidas ao ano são de 10,55%, 3,32% e 10,0% respectivamente. Quando se comparam as taxas de crescimento em subperíodos de dez anos (exceto no fim e no início da série), os valores obtidos são ainda mais diferenciados, pois variaram de 3,70% a 13,27% ao ano (Tabela 3).

Ao se efetuar o teste para a diferença estatística entre as taxas de crescimento obtidas entre o primeiro e segundo subperíodos e entre o segundo e terceiros subperíodos, o resultado foi significativo em níveis de 0,1%, concluindo-se que as taxas são realmente diferentes. No entanto, entre o primeiro e o terceiro subperíodos as taxas não puderam ser consideradas diferentes (Tabela 4).

No caso da produção de soja obteve-se taxa de crescimento de 27,8% ao ano com base nos valores inicial e final e de 24,29% com base na regressão linear simples do período todo. Com a utilização das variáveis artificiais obtiveram-se taxas de crescimento que variaram de - 31,26% ao ano no subperíodo de 1980/81 a 1983/84 a 37,66% no subperíodo de 1967/68 a 1980/81. Quando se comparam as taxas de crescimento em período de dez anos (exceto no início e fim de série), os valores obtidos variaram de 41,93% ao ano no período de 1944/45 a 1950/51 a -7,70% no período de 1980/81 a 1987/88 (Tabelas 5 e 6).

Através do teste para a diferença estatística entre as taxas de crescimento nos subperíodos considerados conclui-se que houve diferença em nível de 0,1% entre o segundo e o terceiro períodos e em nível de 1,0% entre o primeiro e terceiro períodos (Tabela 4).

5 - CONCLUSÕES

O presente trabalho procurou demonstrar a vantagem obtida em pesquisa quando se realiza uma análise gráfica exploratória.

Verificou-se a hipótese que normalmente ocorre mais de uma taxa de crescimento em séries

TABELA 2 - Variáveis Artificiais para a Cana-de-açúcar

Ano agrícola	Análise gráfica			Períodos de 10 anos					
	t	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8
1942/43	1	-20	0	0	-7	0	0	0	0
1943/44	2	-19	0	0	-6	0	0	0	0
1944/45	3	-18	0	0	-5	0	0	0	0
1945/46	4	-17	0	0	-4	0	0	0	0
1946/47	5	-16	0	0	-3	0	0	0	0
1947/48	6	-15	0	0	-2	0	0	0	0
1948/49	7	-14	0	0	-1	0	0	0	0
1949/50	8	-13	0	0	0	0	0	0	0
1950/51	9	-12	0	0	0	1	0	0	0
1951/52	10	-11	0	0	0	2	0	0	0
1952/53	11	-10	0	0	0	3	0	0	0
1953/54	12	-9	0	0	0	4	0	0	0
1954/55	13	-8	0	0	0	5	0	0	0
1955/56	14	-7	0	0	0	6	0	0	0
1956/57	15	-6	0	0	0	7	0	0	0
1957/58	1	-5	0	0	0	8	0	0	0
1958/59	17	-4	0	0	0	9	0	0	0
1959/60	18	-3	0	0	0	10	0	0	0
1960/61	19	-2	0	0	0	10	1	0	0
1961/62	20	-1	0	0	0	10	2	0	0
1962/63	21	0	0	0	0	10	3	0	0
1963/64	22	0	1	0	0	10	4	0	0
1964/65	23	0	2	0	0	10	5	0	0
1965/66	24	0	3	0	0	10	6	0	0
1966/67	25	0	4	0	0	10	7	0	0
1967/68	26	0	5	0	0	10	8	0	0
1968/69	27	0	6	0	0	10	9	0	0
1969/70	28	0	7	0	0	10	10	0	0
1970/71	29	0	8	0	0	10	10	1	0
1971/72	30	0	9	0	0	10	10	2	0
1972/73	31	0	10	0	0	10	10	3	0
1973/74	32	0	11	0	0	10	10	4	0
1974/75	33	0	11	1	0	10	10	5	0
1975/76	34	0	11	2	0	10	10	6	0
1976/77	35	0	11	3	0	10	10	7	0
1977/78	36	0	11	4	0	10	10	8	0
1978/79	37	0	11	5	0	10	10	9	0
1979/80	38	0	11	6	0	10	10	10	0
1980/81	39	0	11	7	0	10	10	10	1
1981/82	40	0	11	8	0	10	10	10	2
1982/83	41	0	11	9	0	10	10	10	3
1983/84	42	0	11	10	0	10	10	10	4
1984/85	43	0	11	11	0	10	10	10	5
1985/86	44	0	11	12	0	10	10	10	6
1986/87	45	0	11	13	0	10	10	10	7
1987/88	46	0	11	14	0	10	10	10	8

Fonte: Dados da pesquisa.

TABELA 3 - Taxas de Crescimento Calculadas para a Produção de Cana-de-açúcar no Estado de São Paulo, no Período de 1942/43 a 1987/88

Subperíodo ¹	Taxa (%)	Erro padrão
1942/43 a 1987/88	7,87 ^a	0,000905
1942/43 a 1962/63	10,55 ^a	0,001800
1962/63 a 1973/74	3,32 ^a	0,002965
1973/74 a 1987/88	10,04 ^a	0,002900
1942/43 a 1950/51	7,08 ^a	0,007300
1950/51 a 1960/61	13,27 ^a	0,004100
1960/61 a 1970/71	3,70 ^a	0,003900
1970/71 a 1980/81	7,36 ^a	0,004000
1980/81 a 1987/88	10,52 ^a	0,006100

¹A taxa de crescimento com base no valor inicial e final foi de 7,33%.

^aNível de significância estatística de até 0,1%.

Fonte: Dados da pesquisa.

TABELA 4 - Teste "t" para as Taxas de Crescimento por Subperíodos Considerados para a Produção de Cana-de-açúcar e Soja no Estado de São Paulo

Produto	Subperíodo	Teste "t"
Cana-de-açúcar	1º e 2º	-6,815 ^a
	2º e 3º	5,181 ^a
	1º e 3º	0,637
Soja	1º e 2º	-1,59 ^c
	2º e 3º	3,159 ^a
	3º e 4º	-1,336 ^c
	1º e 4º	-0,438
	2º e 4º	-1,202
	1º e 3º	-2,859 ^b

^aNível de significância estatística de até 0,1%.

^bNível de significância estatística de até 1,0%.

^cNível de significância estatística de até 10,0%.

Fonte: Dados da pesquisa.

TABELA 5 - Variáveis Artificiais para a Soja

Ano agrícola	Análise gráfica					Períodos de 10 anos				
	t	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9
1944/45	1	-23	0	0	0	-6	0	0	0	0
1945/46	2	-22	0	0	0	-5	0	0	0	0
1946/47	3	-21	0	0	0	-4	0	0	0	0
1947/48	4	-20	0	0	0	-3	0	0	0	0
1948/49	5	-19	0	0	0	-2	0	0	0	0
1949/50	6	-18	0	0	0	-1	0	0	0	0
1950/51	7	-17	0	0	0	0	0	0	0	0
1951/52	8	-16	0	0	0	0	1	0	0	0
1952/53	9	-15	0	0	0	0	2	0	0	0
1953/54	10	-14	0	0	0	0	3	0	0	0
1954/55	11	-13	0	0	0	0	4	0	0	0
1955/56	12	-12	0	0	0	0	5	0	0	0
1956/57	13	-11	0	0	0	0	6	0	0	0
1957/58	14	-10	0	0	0	0	7	0	0	0
1958/59	15	-9	0	0	0	0	8	0	0	0
1959/60	16	-8	0	0	0	0	9	0	0	0
1960/61	17	-7	0	0	0	0	10	0	0	0
1961/62	18	-6	0	0	0	0	10	1	0	0
1962/63	19	-5	0	0	0	0	10	2	0	0
1963/64	20	-4	0	0	0	0	10	3	0	0
1964/65	21	-3	0	0	0	0	10	4	0	0
1965/66	22	-2	0	0	0	0	10	5	0	0
1966/67	23	-1	0	0	0	0	10	6	0	0
1967/68	24	0	0	0	0	0	10	7	0	0
1968/69	25	0	1	0	0	0	10	8	0	0
1969/70	26	0	2	0	0	0	10	9	0	0
1970/71	27	0	3	0	0	0	10	10	0	0
1971/72	28	0	4	0	0	0	10	10	1	0
1972/73	29	0	5	0	0	0	10	10	2	0
1973/74	30	0	6	0	0	0	10	10	3	0
1974/75	31	0	7	0	0	0	10	10	4	0
1975/76	32	0	8	0	0	0	10	10	5	0
1976/77	33	0	9	0	0	0	10	10	6	0
1977/78	34	0	10	0	0	0	10	10	7	0
1978/79	35	0	11	0	0	0	10	10	8	0
1979/80	36	0	12	0	0	0	10	10	9	0
1980/81	37	0	13	0	0	0	10	10	10	0
1981/82	38	0	13	1	0	0	10	10	10	1
1982/83	39	0	13	2	0	0	10	10	10	2
1983/84	40	0	13	3	0	0	10	10	10	3
1984/85	41	0	13	3	1	0	10	10	10	4
1985/86	42	0	13	3	2	0	10	10	10	5
1986/87	43	0	13	3	3	0	10	10	10	6
1987/88	44	0	13	3	4	0	10	10	10	7

Fonte: Dados da pesquisa.

TABELA 6 - Taxas de Crescimento Calculadas para a Produção de Soja no Estado de São Paulo, no Período de 1944/45 a 1987/88

Subperíodo ¹	Taxa (%)	Erro padrão
1944/45 a 1987/88	24,29 ^(a)	0,004236
1944/45 a 1967/68	22,83 ^(a)	0,007771
1967/68 a 1980/81	37,66 ^(a)	0,014629
1980/81 a 1983/84	-31,26	0,086660
1983/84 a 1987/88	12,05	0,087350
1944/45 a 1950/51	41,93 ^(a)	0,043270
1950/51 a 1960/61	9,52	0,020517
1970/60 a 1970/71	41,36 ^(a)	0,019130
1970/71 a 1980/81	26,41 ^(a)	0,020160
1980/81 a 1987/88	-7,70	0,035738

¹A taxa de crescimento com base no valor inicial e final foi de 27,8%.

^aNível de significância estatística de até 0,1%.

Fonte: Dados da pesquisa.

temporais de uma grandeza qualquer e que o método das variáveis artificiais mostrou-se o mais apropriado. O procedimento de se separar em períodos de dez anos (exceto o inicial e o final) pode apresentar viés marcante, como foi o caso da produção de soja.

LITERATURA CITADA

CAMARGO FILHO, Waldemar P. coord. **Estatísticas de produção agrícola no Es-**

tado de São Paulo. São Paulo, IEA, 1990. 218p. (Informações Estatísticas da Agricultura, 2/90).

HOFFMANN, Rodolfo & VIEIRA, Sônia. **Análise de regressão:** uma introdução à econometria. São Paulo, Hucitec, 1977. 339p. (*Economia & Planejamento*).

MADDALA, G. S. **Econometrics.** New York, McGraw-Hill, 1977. p.194-201.